

1. Булатова, В.В. Лабораторные работы с применением серийно-выпускаемых технических устройств как средство формирования профессиональных компетенции будущих специалистов пожарной безопасности / В.В. Булатова, М.Г. Контобойцева // Новые образовательные технологии в ВУЗе: Материалы VI межвузовской учебно-методической конференции – Екатеринбург, 2013. – 110 с.

2. Ашерев, А.Т. Построение лабораторных работ по изучению педагогических технологий с опорой на структуру деятельности специалиста / А.Т. Ашерев, Г.И. Сашко // Сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф. – Донецк: ДИПО ППАПН Украины, 2002. – 136 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ КУСОЧНО-ГЛАДКОЙ МОДЕЛИ НЕЙРОННОЙ АКТИВНОСТИ: ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ И СТОХАСТИЧЕСКИЙ СЛУЧАИ

Беляев А. В.

Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Россия

belyaev.alexander1337@yandex.ru

Аннотация. В работе рассматривается одномерная модель нейронной активности, задаваемая кусочно-гладким отображением. Проводится классификация возможных режимов, анализируется существование аттракторов детерминированной модели и их устойчивость. Детально описываются бифуркации: гомоклиническая и столкновения с границей. Для стохастической модели, используя метод функций стохастической чувствительности, изучается чувствительность аттракторов к внешнему возмущению, а также на основе метода доверительных полос описываются индуцированные шумом стохастические феномены: переходы внутри аттрактора, переходы между аттракторами, генерация большеамплитудных колебаний, возникновение спайков. Изучаются статистические характеристики межспайковых интервалов.

Ключевые слова: модель Рулькива, кусочно-гладкое отображение, нейронная активность, гомоклиническая бифуркация, бифуркация столкновения с границей, стохастические возмущения, функция стохастической чувствительности, индуцированные шумом феномены, межспайковые интервалы.

ANALYSIS OF THE PIECEWISE SMOOTH MAP OF NEURONAL ACTIVITY: DETERMINISTIC AND STOCHASTIC CASES

Belyaev A.

Ural Federal University, Ekaterinburg, Russia

Abstract. In this paper a one-dimensional model of neuronal activity, given by a piecewise smooth map is considered. Classification of possible regimes is carried out, the existence of attractors of the deterministic model and their stability are analyzed. Bifurcations are described in detail: homoclinic and border collision bifurcation. For the stochastic model, using the method of stochastic sensitivity functions, the sensitivity of attractors to an external perturbation is studied, as well as using the method of confidence bands noise-induced stochastic phenomena are described, such as transitions inside attractor, transitions between attractors, generation of large-amplitude oscillations and the spike appearance. Statistical characteristics of inter spike intervals are also studied.

Key words: Rulkov model, piecewise smooth map, neuronal activity, homoclinic bifurcation, border collision bifurcation, stochastic perturbations, stochastic sensitivity function, noise-induced phenomena, inter spike intervals.

В работе представлены результаты исследования модификации модели Рулькова, предложенной в работе [4]:

$$\begin{cases} x_{n+1} = f(x_n, y_n), \\ y_{n+1} = y_n - \mu(x_n + 1) + \mu\sigma, \end{cases} \quad (1)$$

где x_n — быстрая переменная, y_n — медленная переменная, где медленное изменение y_n обусловлено малыми значениями параметра $\mu = 0.001$. Параметр σ является управляющим параметром, который используется для выбора режима индивидуального поведения [5]. В работе был рассмотрен случай, когда $y_n = \text{const} = \beta$, и значит, система является одномерной.

Сначала была исследована детерминированная модель, задаваемая кусочно-гладким отображением $f(x)$, имеющим вид как в работе [5]:

$$x_{n+1} = f(x_n) = \begin{cases} \frac{\alpha}{1-x_n} + \beta, & x_n \leq 0, \\ \alpha + \beta, & 0 < x_n < \alpha + \beta, \\ -1, & \alpha + \beta \leq x_n, \end{cases} \quad (2)$$

здесь α и β — бифуркационные параметры отображения. Для данной модели были найдены параметрические зоны существования равновесий системы. Также была дана классификация возможных динамических режимов, возникающих при различных значениях параметров α и β . С помощью теории критических точек и абсорбирующих интервалов были найдены бассейны притяжения для сосуществующих аттракторов, определены области начальных точек, имеющие различный переходный процесс. Найдены значения управляющих параметров, при которых в системе происходят бифуркации: гомоклиническая и столкновения с границей [6], [3], [2]. Дано подробное описание этих бифуркаций, особое внимание уделено бифуркации столкновения с границей, как специальному типу бифуркаций для кусочно-гладких отображений. Определены значения параметров α и β , при которых система либо имеет единственный устойчивый аттрактор — равновесие или цикл, либо наблюдается сосуществование двух устойчивых аттракторов.

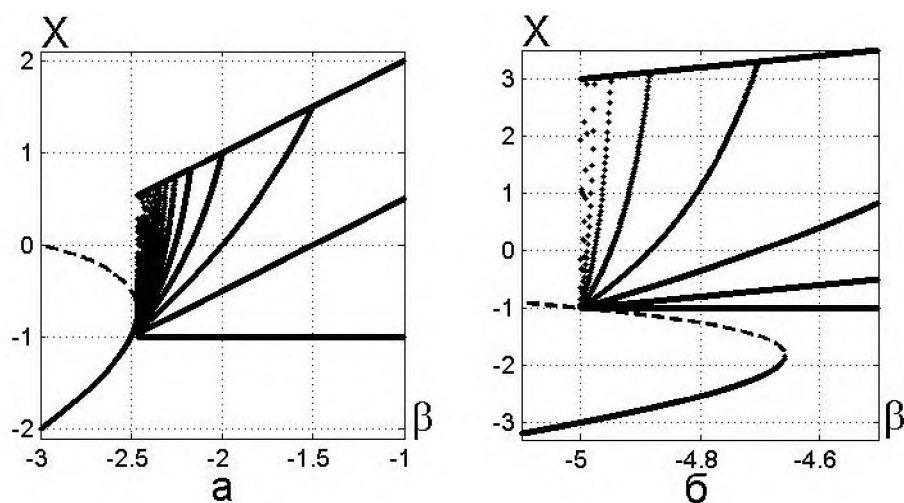


Рисунок 1 — Бифуркационная диаграмма для: а) $\alpha = 3$; б) $\alpha = 8$

На рисунке 1 показаны бифуркационные диаграммы при изменении параметра β и при двух фиксированных значениях α . На рисунке 1 а) для $\alpha = 3$ система всегда имеет единственный устойчивый аттрактор — равновесие или цикл (черная сплошная линия), при увеличении параметра β сначала наблюдается рождение цикла бесконечного периода и затем бифуркации столкновения с границей — рождение цикла периода меньше на 1. На рисунке 1б) для $\alpha = 8$ существует зона изменения параметра β , где сосуществуют два аттрактора: равновесие и цикл (черная сплошная линия). Черной пунктирной

линией показано неустойчивое равновесие, являющееся границей разделения бассейнов притяжения устойчивых равновесия и цикла. В зоне циклов также наблюдается бифуркация уменьшения периода циклов.

Далее в работе проведен подробный анализ стохастической модели, имеющей в общем случае вид:

$$x_{t+1} = f(x_t) + \varepsilon \xi_t, \quad (3)$$

где ε — интенсивность шума, ξ_t — случайная величина, распределенная по нормальному закону с параметрами $(0, 1)$ и функция $f(x_t)$, заданная как в уравнении (2). Используя метод функций стохастической чувствительности [1], изучена чувствительность аттракторов к внешнему возмущению. Найдены зависимости функций стохастической чувствительности от параметров модели. На их основе построены доверительные полосы, описывающие разброс случайных состояний вокруг детерминированных аттракторов. Успешно продемонстрировано согласование эмпирических характеристик распределения случайных состояний системы с теоретическими (плотность и дисперсия). Опираясь на метод доверительных полос, подробно изучены стохастические феномены, такие как переходы внутри аттрактора, переходы между аттракторами, а также генерация большеамплитудных колебаний.

На рисунке 2а для $\alpha = 3$ и $\varepsilon = 0.2$ феномен генерации большеамплитудных колебаний показан на диаграмме: как только доверительная полоса (черная штрих-пунктирная линия) пересекает неустойчивое равновесие (черная пунктирная линия), стохастические состояния перепрыгивают неустойчивое равновесие и создают большеамплитудные колебания. На рисунке 2б этот феномен продемонстрирован временными рядами для двух значений интенсивности: $\varepsilon = 0.2$ (светло-серый), $\varepsilon = 0.05$ (черный). Как можно заметить, при большой интенсивности возникают спайки.

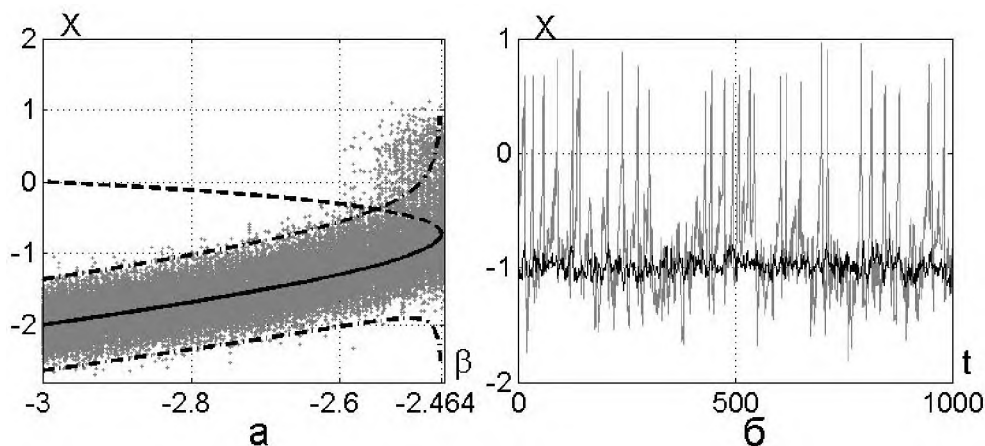


Рисунок 2 — Генерация большеамплитудных колебаний при $\alpha = 3$:

а) диаграмма для $\varepsilon = 0.2$; б) временной ряд при $\beta = -2.5$ для $\varepsilon = 0.2$ (светло-серый), $\varepsilon = 0.05$ (черный)

Аналитически найдены значения параметров системы, при которых реализуются соответствующие индуцированные шумом феномены и построена зависимость критической интенсивности шума от параметров системы. Исследована природа возникновения спайков в системе, а также статистические характеристики межспайковых интервалов: среднее значение, дисперсия, коэффициент вариации.

На рисунке 3 показаны графики $m(\varepsilon)$, $D(\varepsilon)$, $C_v(\varepsilon)$ для следующих значений параметров: $\alpha = 3$ и $\beta = -2.5$. В этом случае возникновение спайков обусловлено феноменом генерации большеамплитудных колебаний. Для стохастически возмущенного равновесия при малых интенсивностях шума, когда спайки не генерируются, средний межспайковый интервал определяется бесконечностью, дисперсия и коэффициент вариации — нулём. При увеличении интенсивности среднее значение межспайкового интервала резко уменьшается, что говорит о начале стохастической генерации спайков.

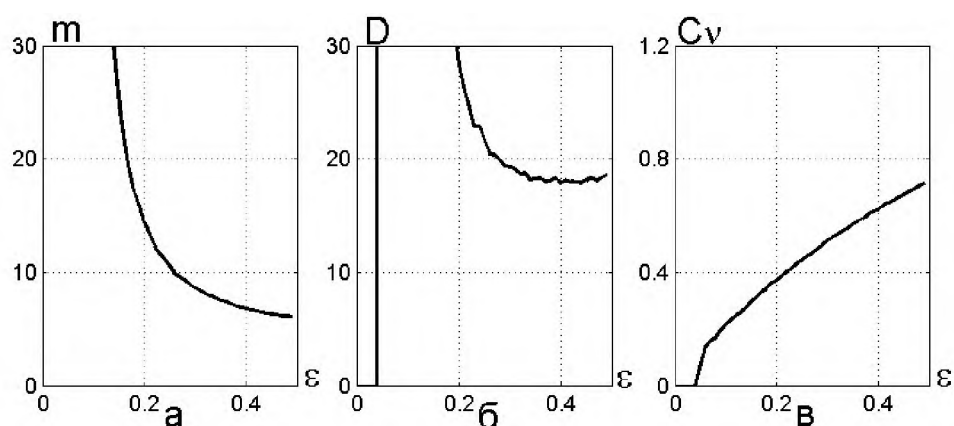


Рисунок 3 — Межспайковые интервалы для $\alpha = 3$ и $\beta = -2.5$: а) среднее; б) дисперсия; в) коэффициент вариации

Список литературы

1. Rulkov N. F. Modeling of Spiking-Bursting Neural Behavior Using Two-Dimensional Map // Physical Review E. — 2002. — Vol. 65.
2. Shilnikov A. L., Rulkov N. F. Origin of chaos in a two-dimensional map modeling spiking-bursting neural activity // International Journal of Bifurcation and Chaos. — 2003. — Vol. 13, no. 11.

3. Sushko I., Gardini L., Avrutin V. Nonsmooth one-dimensional maps: some basic concepts and definitions // Journal of Difference Equations and Applications. — 2016. — Vol. 22, no. 12.

4. Nusse H. E., Yorke J. A. Border-collision bifurcations for piecewise smooth one dimensional maps // International Journal of Bifurcation and Chaos. — 1995. — Vol. 5.

5. Nusse H. E., Yorke J. A. Border-collision bifurcations including ‘period two to period three’ bifurcation for piecewise smooth systems // Physica D: Non-linear Phenomena. — 1992. — Vol. 57, no. 1-2.

6. Bashkirtseva I. Stochastic phenomena in one-dimensional Rulkov model of neuronal dynamics // Discrete Dynamics in Nature and Society. — 2015. — Vol. 2015.

ОСЕННИЕ ФИТОФЕНОЛОГИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ СЕВЕРНОЙ ЧАСТИ СРЕДНЕГО УРАЛА В 2014-2017 ГГ.

Гиззатуллина Э.А. Скок Н.В.

Уральский государственный педагогический университет, г. Екатеринбург,
Россия

elva.gabdulhackova@vandex.ru, skok-nv-gbf@mail.ru

Аннотация. В статье представлены результаты исследований фитофенологических показателей ландшафтных районов северной части горной полосы Среднего Урала. Показатели геокомплексов изучались методом Количественных фенологических показателей в осенний период 2014-2017 гг.

Ключевые слова: Средний Урал; ландшафтный район; фитофенология; количественные фенологические показатели.

AUTUMN PHYTOPHENOLOGICAL INDICATORS IN NORTHERN PART OF THE MIDDLE URALS IN 2014-2017

Gizzatullina E. Skok N.

Ural State Pedagogical University, Ekaterinburg, Russia